COMUNICAÇÃO CIENTÍFICA

RELAÇÕES DE EQUIVALÊNCIA NA EDUCAÇÃO BÁSICA

Jessica Brito
Universidade do Estado do Rio de Janeiro
jessica.mategramatica@ime.uerj.br

Jaime Velasco
Universidade do Estado do Rio de Janeiro
jaimevelasco@ime.uerj.br

Sueli Cunha
Universidade do Estado do Rio de Janeiro
sueli.cunha@ime.uerj.br

Resumo:
Este trabalho refere-se a parte de uma monografia de curso de especialização em andamento. Seu objetivo é identificar relações de equivalência na educação básica, caracterizando-as como tais ao atender as propriedades reflexiva, simétrica e transitiva. Além disso, propõe uma análise sobre o significado de cada uma destas relações. Utilizar o sinal de igualdade sempre representa valores iguais? Para obter uma fração equivalente, basta multiplicarmos “em cima” e “embaixo” por um mesmo valor? Estes são alguns questionamentos que procuramos responder.

Palavras-chave: Relações de Equivalência. Frações. Igualdade. Gramática da Linguagem Matemática.

Introdução

As relações de equivalência estão presentes no aprendizado da Matemática desde o primeiro contato de um indivíduo com esta disciplina, embora não sejam abordadas por meio de uma definição formal.

Analisando alguns sinônimos (dicionário de sinônimos) da palavra equivalência, como equidade, proporção, igualdade, paridade, correspondência, equipolência, etc., verificamos que estes termos são comumente encontrados em diversas áreas da Matemática.

Uma *relação de equivalência* R é definida como uma relação binária sobre um conjunto E, não vazio, que possui as propriedades reflexiva, simétrica e transitiva; ou seja,

i. $xRx,\ \forall x \in E;$
ii. $xRy \Rightarrow\ yRx,\ \forall x, y\ \in E;$
iii. $xRy,\ yRz \Rightarrow xRz,\ \forall x, y, z \in E.$

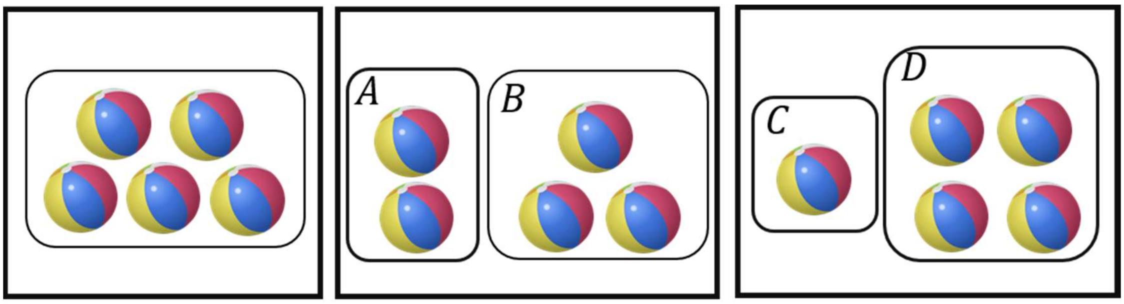
São exemplos de relações de equivalência:

- na Aritmética: igualdade numérica, equivalência de frações, etc;
- na Álgebra: equivalência entre duas expressões, igualdade entre conjuntos, etc;
- na Lógica: equivalência entre duas proposições, etc;
- na Geometria: congruência de ângulos, polígonos (triângulos, em particular), semelhança de polígonos (triângulos, em particular), equivalência entre áreas de dois polígonos, etc.

Devido à brevidade deste trabalho, abordamos as relações de igualdade numérica e a equivalência de frações.

1 Igualdade numérica

A relação de equivalência representada pelo sinal de igualdade ($=$) é a primeira com a qual temos contato; ela indica *diferentes formas de representar uma determinada quantidade*. Nos anos iniciais, são introduzidas as relações entre números e conjuntos, onde, para quantidades distintas, são atribuídos números distintos. Assim, na Figura 1.a, a quantidade de elementos (número) que o conjunto possui é representado pelo numeral 5.



1.a 1.b 1.c

Figura 1: Adaptada de Pixabay.

Este conjunto também pode ser considerado como a união entre um conjunto contendo 2 elementos e outro, contendo 3 (Figura 1.b), ou como a união entre um conjunto contendo 1 elemento e outro, contendo 4 (Figura 1.c), tendo em vista que, tanto ao reunirmos os elementos de A com os de B, quanto ao reunirmos os elementos de C com os de D, obtemos a quantidade 5. No entanto, neste caso, a representação numérica mais adequada para descrever as situações de união entre dois conjuntos é a que explicita a forma (ou as formas) como o conjunto com 5 elementos pode ser obtido. No exemplo, $2+3$ e $1+4$, respectivamente.

Assim, identificamos duas outras representações possíveis para expressar o valor 5 e podemos relacioná-las do seguinte modo:

$$2+3=1+4.$$

Uma leitura adequada desta frase[1] é *a soma de 2 com 3 é <u>equivalente</u> à soma de 1 com 4*.

[1]A matemática contém uma linguagem própria, onde símbolos, dígitos e letras (alfabeto latino ou grego) são letras de sua linguagem, que utilizamos para formar palavras e frases, tais como expressões numéricas (CUNHA, 2017).

2 Equivalência de frações

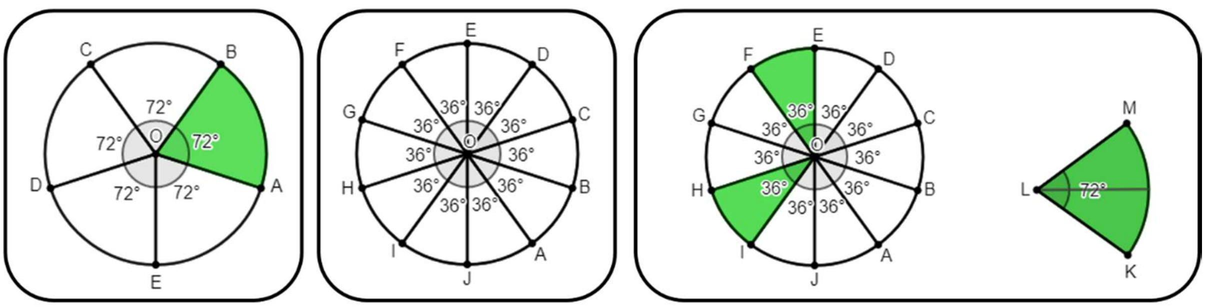
O significado[2] da palavra *fração* é fragmento, parte de um todo. Podemos expressar uma fração por meio da razão entre a quantidade que tomamos e a quantidade de divisões do todo.

Estas representações podem ser feitas de diversos modos. Por exemplo, ao dividirmos um círculo de raio 3 em cinco setores, o ângulo central de cada um deles medirá $72°$, ou seja, $360°$ divididos em 5 partes iguais (Figura 2.a).

O setor destacado indica a fração que queremos utilizar. Na Figura 2.a, ele representa $\frac{1}{5}$ do círculo, isto é, ***um*** dos ***cinco*** setores em que o círculo foi subdividido; em termos de área, $\frac{9\pi}{5}$; comprimento linear do arco, $\frac{6\pi}{5}$; e ângulo central, $\frac{360°}{5}$, tendo em vista que a área, o comprimento linear e o ângulo central deste círculo correspondem, respectivamente, a 9π, 6π e $360°$.

O que acontece se dividirmos estes setores por 2 (Figura 2.b)? O mesmo círculo possui agora 10 setores, cada um com ângulo central medindo $36°$. Um setor deste tipo representa $\frac{1}{10}$ das medidas circulares: em termos de área, $\frac{9\pi}{10}$; comprimento linear do arco, $\frac{6\pi}{10}$; e ângulo central $\frac{360°}{10}$.

Ao tomarmos os setores EOF e HOI, por exemplo, obtemos duas partes do círculo, ou seja, $\frac{1}{10} + \frac{1}{10}$. Se adicionarmos cada uma das medidas (área, comprimento linear e comprimento angular) de ambos os setores, o resultado equivale às medidas de um setor obtido por meio da divisão do círculo em cinco partes iguais (Figura 2.c).



2.a 2.b 2.c

Figura 2: Círculo dividido em setores.

[2] Disponível em: https://dicionariodoaurelio.com/. Acesso em 16/10/2018.

Isso significa que as frações $\frac{1}{5}$ e $\frac{2}{10}$ são equivalentes, por representarem a mesma parte do todo (o mesmo setor do círculo); em Linguagem Matemática, esta relação de equivalência se escreve na forma $\frac{1}{5} = \frac{2}{10}$.

Não precisamos recorrer a falas do tipo “multiplique em cima e embaixo pelo mesmo valor para encontrar uma fração equivalente”, basta observar que a quantidade de partes tomadas será o dobro porque duplicamos a quantidade de setores em que o círculo foi dividido.

Dizemos então, que a equivalência de frações é uma relação de equivalência, pois indica uma igualdade de valores, e a igualdade é uma relação deste tipo.

Considerações Finais

Observamos que na educação básica não é imprescindível demonstrar as propriedades de uma relação de equivalência para mostrar o seu conceito; em ambos os casos, aqui apresentados, a própria palavra equivalência pode indicar a ideia de valores (valência) iguais (equi). Foi visto ainda que o sinal "=" não indica "igualdade" em si, mas uma equivalência de representações de um mesmo valor.

Bibliografia

BOLA DE PRAIA. Altura: 640 pixels. Largura: 640 pixels. 115 kb. Formato PNG. Disponível em: <https://pixabay.com/pt/bola-de-praia-bola-inflável-praia-575425/>. Acesso em: 10/10/2018.

CUNHA, S. Ler, Escrever e Compreender a Linguagem Matemática. In PAIVA M.G.V.(Org.). **Psicopedagogia: contribuições para o ensino da matemática e para clínica**. 1.ed. Rio de Janeiro: Letra Capital, 2017, pp. 47-62.

DOLCE, Osvaldo. POMPEO, José Nicolau. **Fundamentos de matemática elementar 9***:* geometria plana. 9. ed. São Paulo: Atual, 2013.

DOMINGUES, Hygino H.; IEZZI, Gelson. **Álgebra Moderna**. São Paulo: Atual, 2003.

FERREIRA, A. B. de H. **Dicionário do Aurélio**. Disponível em: <https://dicionariodoaurelio.com /equivalência>. Acesso em 01 dez. 2017.

Sinônimo de equivalência. Disponível em: <https://www.sinonimos.com.br/ equivalencia>. Acesso em 25 nov. 2017.