COMUNICAÇÃO CIENTÍFICA

O ENSINO DA ADIÇÃO DE FRAÇÕES NA PERSPECTIVA DA LINGUAGEM

Carlos Evaldo dos Santos Silva
PPGECM/UFPA
karlosevaldo@hotmail.com

Luciano Augusto da Silva Melo
PPGECM/UFPA
luciano.melo10@gmail.com

Rouziclayde Castelo Barata
SEDUC/PA
rouziclayde@gmail.com

Resumo:

O algoritmo da adição e subtração de frações é um dos mais complexos a ser ensinado aos alunos. Essa dificuldade pode ser minimizada se o professor ou professora que ensina matemática procurar, por meio de recursos linguísticos, fazer uma abordagem que privilegie a analogia dos usos das palavras envolvidas nos conceitos matemáticos e na linguagem comum. Nosso objetivo é compartilhar uma nova abordagem do ensino do algoritmo de adição de frações, partindo de uma concepção linguística da constituição dos conceitos e atribuindo à linguagem matemática e sua relação com a linguagem comum um papel preponderante no ensino. Com isso, indicamos ganhos numa abordagem dessa natureza e esperamos contribuir para o aperfeiçoamento do trabalho do professor.

Palavras-chave: Fração. Algoritmo da adição. Linguagem

1 Introdução

A palavra fração vem do latim *fractio* que quer dizer quebra, parte, pedaço. Nesse sentido, fração deriva do verbo latino *frangere* que também dá origem a muitas outras palavras como: frango, fratura, infração, fragmento, naufrágio, frágil, etc. Desses termos derivados, a palavra *fractio* tem, a nosso ver, o significado mais apropriado ao ensino e aprendizagem do conceito matemático de fração.

O ensino do algoritmo da adição[1] de frações tem se apresentado como um desafio aos professores que ensinam matemática, principalmente àqueles dos anos iniciais do ensino fundamental, que têm a tarefa de iniciar o estudo desse conceito na Matemática. No Brasil, oficialmente, conforme a Base Nacional Comum Curricular-BNCC (BRASIL, 2017), esse estudo deve ser iniciado no quarto ano do ensino fundamental e na alfabetização os termos metade, terço, quarto... Já devem ser mencionados aos alunos. No entanto, essa dificuldade de ensinar frações não se limita aos professores dos anos iniciais que, em geral, não têm formação específica

[1] As referências à adição de frações devem ser estendidas à subtração, uma vez que o algoritmo para o cálculo de ambas as operações é o mesmo.

em matemática, se estende também aos professores dos anos finais e do ensino médio que possuem formação específica na área.

Diante do exposto, vamos mais a fundo sobre o ensino de frações e indagamos: em que consiste a dificuldade na compreensão do algoritmo de adição de frações na educação básica? Por que os alunos sentem tanta dificuldade em aprender tal procedimento? É nosso objetivo compartilhar uma nova abordagem do ensino de frações, numa perspectiva linguística acerca da constituição do conceito de fração, atribuindo à linguagem matemática e sua relação com a linguagem comum um papel preponderante no ensino.

2 Sobre a linguagem matemática na educação escolar

A linguagem matemática é um campo de estudos na Educação Matemática por ter sido apontada como um dos fatores que interferem na aprendizagem dos conceitos matemáticos propostos na Educação Básica. Uma das alegações mais recorrente seria o fato de que a linguagem matemática ter um caráter eminentemente sintático, faltando-lhe uma "alma" semântica, em outras palavras, falta-lhe sentido.

No entanto, seria esta uma razão consistente? Qual é o caráter da linguagem matemática? Para respondermos a essas questões vamos identificar algumas características que tornam essa linguagem tão singular. Podemos considerar que a linguagem matemática tem dois tipos de enunciados: *o codificado*, que é composto por símbolos próprios da matemática, como por exemplo: os sinais ($\leq$, $\geq$, $\div$, $\times$,$\sqrt{\ }$, etc.), os algarismos indo-arábicos; símbolos emprestados de outros sistemas linguísticos, como as letras do alfabeto grego (β, $\sum$, π) e do alfabeto português e os sinais gráficos das línguas maternas ocidentais como !, $-$, $(\,)$, $[\,]$, $\sim$, etc.; e *o vocabular*, que pode ser classificado em três conjuntos:

> 1. Palavras que têm o mesmo significado na linguagem comum e na linguagem matemática, palavras que se utilizam para situar a matemática em um contexto;
> 2. Palavras que têm um significado somente na linguagem matemática: hipotenusa, isósceles, coeficiente, gráficos;
> 3. Palavras que têm diferentes significados tanto na linguagem matemática quanto na linguagem natural: diferença, ímpar, média, volume, valor, integral. (LEE, 2010, p. 40, tradução livre).

Além dos itens enunciados por Lee (2010), fazem parte da linguagem matemática os gráficos, diagramas e formas geométricas.

Ainda que, essas características sejam marcantes e distintivas, podemos perceber que há uma clara dependência da linguagem matemática em relação à linguagem natural e interfere na compreensão dos seus enunciados. Não há como formular enunciados somente com símbolos e gráficos. Com isso, há uma complementaridade entre essas duas linguagens necessária na construção dos textos matemáticos. Exemplifiquemos com o seguinte enunciado:

> Seja l a medida do lado e P o perímetro de um quadrado. Verifique se a correspondência $l \rightarrow P$ é uma proporcionalidade. (DANTE, 2010. p. 139)

Nesse exemplo, podemos ver claramente o uso desses três tipos de termos, além do simbolismo próprio da matemática. As palavras “Seja”, “Verifique”, os artigos e preposições são específicas da língua portuguesa. Já as palavras “medida”, “perímetro” e “correspondência” têm significados distintos em ambas as linguagens. E por último, as palavras “quadrado” e “proporcionalidade” são específicas da linguagem matemática.

Ter consciência dessas categorias pode ser útil ao professor de matemática que perceberá algumas confusões que os alunos fazem ao lerem os enunciados de situações-problema propostos nas aulas e nas avaliações. E essa confusão, muitas vezes, é produzida pela própria prática do professor, principalmente nos anos iniciais do ensino fundamental quando procura evitar o uso dos termos específicos da linguagem matemática, substituindo-os por palavras que julgam mais “fáceis” para os alunos, com a justificativa de que as crianças são muito pequenas e que não compreenderão o significado desses termos técnicos, porém se esquecem que a criança, nessa fase, está em processo de apropriação da linguagem e que é no uso que as palavras adquirem significado. Silveira e Lacerda (2014) exemplificam esse fato da seguinte forma:

> O aluno, por exemplo, adquire o significado da palavra *hipotenusa* ao resolver diferentes problemas que envolvam a hipotenusa de um triângulo. Assim, ele aprende que a hipotenusa de um triângulo está oposta ao ângulo reto, que ela é o maior lado do triângulo, já que se opõe ao maior ângulo. (SILVEIRA; LACERDA, 2014) [grifo dos autores]

Logo, não se deve procrastinar o uso dos termos específicos da linguagem matemática e procurar sempre marcar o sentido que se dá à determinada palavra, principalmente aquelas palavras que vagueiam nesses dois sistemas, sob pena de os alunos terem dificuldade na compreensão de conceitos.

Com isso, podemos dizer que a linguagem matemática é abreviada e especializada e comporta em si um modo peculiar de expressar as ideias, constituindo o que chamamos de escritos matemáticos. Essa estrutura gramatical própria, a formalidade e a impessoalidade resulta num modo de expressão evidentemente matemática. (LEE, 2010, p. 35). As características da linguagem matemática aqui apresentadas podem até ser causas de dificuldades no aprendizado dos alunos, no entanto, é necessário a compreensão do funcionamento desta linguagem, de sua relação com a linguagem natural e da própria natureza do conhecimento matemático, por parte do professor, para que sua prática seja bem-sucedida.

2 Sobre a influência da linguagem no ensino de frações

Os termos utilizados na matemática procuram ter um significado preciso para que se evite ambiguidades de ordem linguística ao enunciá-los. Por isso, é importante que o professor, ao ensinar conceitos matemáticos, explore os usos ou significados das palavras-conceitos para, por analogias, aproximar os sentidos que essas palavras assumem nos jogos de linguagem da matemática, ou seja, nos diferentes conteúdos e, com isso, deixar bem claro para os alunos o significado a ser considerado.

Ao ensinar frações o professor pode começar explorando o próprio uso da palavra fração pelos alunos. Pode-se dar uma lista de usos conhecidos e outros nem tanto. Ao professor cabe apresentar aos alunos os significados mais formais, principalmente os etimológicos, que acabam fornecendo explicações ou razões para alguns usos que se fazem das palavras.

Por exemplo, a palavra fração vem do latim *fratio* que também dá origem à *fratura,* quer dizer *dividir, quebrar, partir, resgar* ou *fragmento, parte de um todo* (AMORA, 2008). Então podemos associar fração à quebra de alguma coisa que estava inteira. O conceito de fração na matemática carrega uma *semelhança de família*[2] em relação ao seu uso na linguagem cotidiana, ou seja, faz-se uma contraposição ao número inteiro ou uma derivação da referência daquilo que não é inteiro. Nesse caso, palavras como *metade, terço, quarto, etc.* são palavras cujos significados, ou usos, nos remete a uma parte de um inteiro. Dessa forma, o conceito de inicial de fração na matemática, pode ser constituído analogamente ao do uso comum, como uma parte de um inteiro. Podemos exemplificar da seguinte forma: a

[2] Os jogos se assemelham por semelhanças de família, formam uma família. "Não posso caracterizar melhor essas semelhanças do que por meio das palavras *semelhanças familiares*, pois assim se sobrepõem e se entrecruzam as várias semelhanças que existem entre os membros de uma família" (WITTGENSTEIN, 2012, p. 52).

fração *um meio* será entendida como ***uma*** *parte* do *total* de ***duas***. Podemos assim escrever matematicamente

$$\frac{1}{2} \rightarrow \frac{\text{Parte}}{\text{Todo}}$$

A partir daí estabelecemos a escrita $\frac{1}{2}$ como uma relação entre dois números em que o de cima (1), o qual chamaremos de numerador, é a parte, e o debaixo (2), o denominador, é o todo ou total.

Além de ser aplicada como uma relação entre a parte e o todo, a fração pode ser vista também como uma operação. Nesse caso, falamos da divisão. A operação de divisão amplia o conceito de fração. A fração $\frac{1}{2}$ pode ser vista como sendo a divisão de *um* por *dois* $(1 \div 2)$. Esse conceito de fração é o que permitirá ao professor fazer a correspondência com o sistema de numeração decimal, por exemplo, mostrando que a fração $\frac{1}{2} = 1 \div 2 = 0{,}5$ e vice-versa.

O conceito de fração não se reduz ao da relação parte-todo e nem ao da operação de divisão, ele também é constituído pelo conceito de razão entendido aqui como uma relação entre duas grandezas. Por exemplo, a fração $\frac{3}{4}$ pode ser aplicada a um grupo de sete estudantes dos quais três são meninas e quatro meninos em que se procurou estabelecer uma relação entre o número de meninas e o número de meninos.

Após a apresentação do conceito de fração a partir de suas aplicações, o professor poderá adentrar no ensino conceitual (linguístico) de frações, explorando os significados das denominações dos elementos que compõem esta representação numérica. Por exemplo, ensinar o algoritmo da adição de fração a partir dos significados das palavras *numerador* e *denominador* pode elucidar muitas confusões a respeito do uso desse algoritmo. É quase consenso entre os professores de matemática que o algoritmo da adição de frações é o algoritmo que os alunos encontram mais dificuldades, por conter procedimentos complexos e envolver outros conceitos matemáticos como o MMC (mínimo múltiplo comum). Sem contar que esta operação não é usual como adicionar $2 + 3$, ou seja, não adotamos o mesmo algoritmo para adicionar números naturais e para operar com frações. Cada um destes algoritmos segue um procedimento operatório exclusivo.

Numerador é aquele ou aquilo que numera e *denominador* é aquele que denomina. Numerar é atribuir *número* a cada elemento de um conjunto como numa contagem: um, dois, três, quatro, etc. Logo o papel do numerador é dizer quanto tem, é o quantificador da fração. Já denominar é atribuir *nome* a alguém ou coisa. Assim, o denominador é aquele que identifica propriamente a fração. Na fração $\frac{3}{4}$ (três quartos), o *três* é o quantificador, ou seja, assume uma função numérica na fração e o *quarto*, é o identificador do tipo da fração, ou seja, tem a função de nome. Com isso, podemos afirmar aos alunos, por meio dessa análise linguística, que as frações são compostas por famílias: a família dos meios, dos quartos, dos oitavos, dos doze avos, etc., como a família Silva, Cavalcante, Pereira, etc.

Assim, podemos fazer uma analogia do uso das frações com os usos que fazemos no cotidiano da escola ou na realidade. Quando descrevemos certas classes de objetos, enunciamos da seguinte forma: três cadeiras, cinco maçãs, duas laranjas. Notamos que esses enunciados são compostos por um numerador e um denominador, ou seja, por um número e um nome. Dessa forma, podemos descrever assim a soma empírica de objetos:

$$3 \text{ maçãs} + 2 \text{ maçãs} = 5 \text{ maçãs}$$

número nome número nome número nome

$$3 + 2 = 5$$

Ao realizarmos a adição acima, excluímos os nomes e trabalhamos somente com os números. Podemos dizer então que o mesmo acontece com as frações. A adição $\frac{3}{6} + \frac{2}{6} = \frac{5}{6}$ pode ser descrita assim:

$$3 \text{ sextos} + 2 \text{ sextos} = 5 \text{ sextos}$$

número nome número nome número nome

$$3 + 2 = 5$$

Dessa forma, a analogia entre a soma de objetos empíricos e de frações é satisfeita, ajuda os alunos a compreenderem alguns porquês do uso do algoritmo, como, por exemplo, o porquê de na soma de frações, somarmos somente os numeradores e repetirmos os denominadores. E o porquê de não se poder fazer a soma de frações com denominadores diferentes de forma imediata, sem o subterfúgio das trocas das frações originais por suas equivalentes e de denominadores comuns.

Como se dá a seguinte operação:

$$3 \text{ maçãs} + 2 \text{ laranjas} = ?$$

Estamos diante de uma impossibilidade empírica. Como resolver isso?

A solução mais comum e quase unânime é:

$$3 \text{ maçãs} + 2 \text{ laranjas} = 5 \text{ frutas}$$

A analogia com as frações se mantém. Observa-se que na impossibilidade de somarmos objetos com nomes diferentes, lançamos mão de um subterfúgio coerente: simplesmente trocamos os nomes dos objetos por outro, que seja *equivalente e comum* aos nomes dos objetos a serem somados. No nosso caso, trocamos os nomes *maçã* e *laranja* por *fruta*. Fruta é um nome que pode ser dado à maçã e à laranja, em outras palavras, é um nome *equivalente* a esses nomes e *comum* a ambos.

$$3 \text{ maçãs} + 2 \text{ laranjas} = 5 \text{ frutas}^{3}$$

$$3 \text{ frutas} + 2 \text{ frutas} = 5 \text{ frutas}$$

E no caso das frações? Como isso se dá? Vejamos: $\frac{2}{3} + \frac{3}{4} = ?$ $(2 \text{ terços} + 3 \text{ quartos} = ?)$

Que nomes poderiam ser equivalentes à terço e quarto ao mesmo tempo? Para isso, recorreremos ao conceito de equivalência de frações.

As frações equivalentes são aquelas que possuem nomes diferentes, no entanto têm o mesmo valor: *equi* → igual, *valente* → valor. Assim, matematicamente teremos uma infinidade de frações equivalentes a uma determinada fração.

Por exemplo, as frações: $\frac{2}{3}, \frac{4}{6}, \frac{6}{9}, \frac{8}{12}, \frac{10}{15}, \ldots, \frac{500}{750}$, ..., são equivalentes, uma vez que se referem ao mesmo valor ou estabelecem a mesma relação entre a parte e o todo, ou resultam no mesmo quociente. Assim, quando for para somar $\frac{2}{3} + \frac{1}{4}$, basta determinar as frações equivalentes a $\frac{2}{3}$ e $\frac{1}{4}$. Nesse caso:

$$\frac{2}{3}, \frac{4}{6}, \frac{6}{9}, \frac{8}{12}, \frac{10}{15}, \frac{12}{18}, \frac{14}{21}, \frac{16}{24}, \ldots, \frac{500}{750}, \ldots$$

$$\frac{1}{4}, \frac{2}{8}, \frac{3}{12}, \frac{4}{16}, \frac{5}{20}, \frac{6}{24}, \frac{7}{28} \ldots, \frac{250}{1000}, \ldots$$

[3] $3\, maçãs + 2\, laranjas = 5\, frutas$, trata-se de uma expressão empírica válida para a linguagem comum.

Podemos observar que as frações $\frac{8}{12}$ e $\frac{16}{24}$ equivalentes a $\frac{2}{3}$, e as frações $\frac{3}{12}$ e $\frac{6}{24}$ equivalentes a $\frac{1}{4}$ são as primeiras frações que possuem os mesmos denominadores, respectivamente, logo são candidatas para a troca das frações originais. Sabemos que as frações equivalentes não se esgotam nessas primeiras, se estendem até o infinito. Então, basta escolher a mais simples para efetuar a adição proposta.

$$\frac{2}{3}+\frac{1}{4}=\frac{8}{12}+\frac{3}{12}=\frac{11}{12}\ (1)\ \text{ou}\ \frac{2}{3}+\frac{1}{4}=\frac{16}{24}+\frac{6}{24}=\frac{22}{24}\ (2)$$

Para efeitos práticos, sempre recomendamos a utilização das frações com números menores, portanto, optaremos pelas frações cujos denominadores comuns sejam os menores possíveis. Assim, por meio destas analogias, são trazidas à lume, “justificativas” linguísticas para a regra matemática da adição de frações. Até aqui não estamos falando do uso do algoritmo convencional da adição de frações, mas de como a adição pode ser ensinada e possivelmente compreendida pelos alunos.

Podemos observar também que já lançamos os primeiros rudimentos do conceito de MMC sem que fosse necessária uma abordagem mais formal. No caso em que o conceito formal de MMC ainda não tenha sido apresentado aos alunos, o professor precisará, então, apresentar o conceito de multiplicidade de um número e levá-los a observar que esse conceito aparece na produção das frações equivalentes, e destacar que suas atenções devem voltar-se apenas para os denominadores, uma vez que são os denominadores diferentes que impedem a realização imediata da adição. No caso de o conceito de MMC já ter sido apresentado, resta ao professor apenas fazer a conexão com seu uso nas frações equivalentes.

A partir daí, estamos prontos para apresentar a definição matemática para a adição de frações e a aplicação de seu algoritmo. Por ser o cálculo do MMC um dos maiores entraves para o uso do algoritmo da adição de frações, advogamos que seja apresentado aos alunos o algoritmo da operação pela definição, ao invés do cálculo por meio do MMC. Assim, a adição se dará da seguinte forma:

$$\frac{2}{3}+\frac{1}{4}=\frac{2\times 4}{3\times 4}+\frac{1\times 3}{3\times 4}=\frac{8}{12}+\frac{3}{12}=\frac{11}{12}$$

Em termos gerais:

$$\frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{ad}{bd}+\frac{bc}{bd}=\frac{ad+bc}{bd}$$

Esquematicamente:

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad + bc}{bd}$$

Onde o símbolo $\longleftrightarrow$ indica multiplicação de números naturais.

Dessa forma, não usaremos a regra evocada na linguagem natural, grosso modo, dada por “de posse do MMC, divide-se pelo denominador e multiplica-se pelo numerador”. Os alunos passam então, a compreender como esses conceitos se constituem, não precisam adivinhar ou descobri-los sozinhos, o papel do professor é cumprido, e mais, os algoritmos passam a fazer sentido na aprendizagem. Não se trata, portanto, de aprender regras mecânicas, mas de aprender regras com significado e uso a partir da linguagem, os usos empíricos certamente auxiliam neste processo.

Considerações Finais

O uso do algoritmo da adição de frações tem trazido muitas dificuldades no aprendizado dos alunos da educação básica. Essas dificuldades, muitas vezes, se perpetuam na vida dos aprendizes, que acabam, sempre que podem, se esquivando do confronto com tal operação. A apresentação dos conceitos matemáticos por meio de analogias com a linguagem comum é uma forma eficaz de ensino, uma vez que o professor parte do uso comum das palavras para o uso restrito e técnico dentro do campo da matemática.

É importante destacar que a analogia é uma das melhores ferramentas que dispomos para o ensino em qualquer área do conhecimento, pois ela nos permite partir do conhecido para compreender o desconhecido. No entanto, ressaltamos que não podemos estabelecer as analogias como fundamentação para justificar o objeto de conhecimento, ela é apenas um instrumento de comparação, que nos permite fazer um paralelismo de significados, com a apresentação de semelhanças nos seus usos e não por uma simples transferência de informação.

O ensino do algoritmo da adição de frações por meio da definição e a partir da analogia entre os significados das palavras usadas na matemática e fora dela, apresenta-se como uma estratégia interessante e que pode produzir resultados eficazes no aprendizado dos alunos. A crítica ao método tradicional de apresentação do algoritmo da adição por meio do cálculo do MMC acaba se justificando, porque essa forma de calcular é extensa, complexa e até desnecessária. No entanto, não julgamos que o cálculo tradicional do MMC e sua aplicação no algoritmo da adição de frações, seja dispensado ou excluído, mas que ele seja apresentado apenas como *uma* e não *única* opção de cálculo.

Referências

AMORA, A. S. **Minidicionário Amora Soares da Língua Portuguesa**. São Paulo: Saraiva, 2008.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2017. Disponível em http://basenacionalcomum.mec.gov.br/download-da-bncc. Acessado em 21/10/2018.

DANTE, L. R. **Matemática: contextos e aplicações**. São Paulo: Ática, 2010.

LEE, C. **El lenguaje en el aprendizaje de las matemáticas.** Madrid: Ediciones Morata, 2010.

SILVEIRA, M. R. A; LACERDA, A. G. **Leitura e interpretação de textos matemáticos**. Pré-Univesp. n. 29. Língua e linguagens. Março 2013 Disponível em: <http://www.univesp.ensinosuperior.sp.gov.br/preunivesp/ 4663/leitura-e-interpreta-o-de-testos-matem-ticos.html> Acesso em: 15/06/2014.

WITTGENSTEIN, L. **Investigações Filosóficas**. Tradução: Marcos G. Montagnoli, 7 ed – Petropolis – RJ - Vozes, 2012.