COMUNICAÇÃO CIENTÍFICA

ELIMINANDO AMBIGUIDADES DE EXPRESSÕES ARITMÉTICAS COM USO DE REGRAS GRAMATICAIS DA LINGUAGEM MATEMÁTICA

Matheus Thomé
Universidade do Estado do Rio de Janeiro
matheus.mategramatica@ime.uerj.br

Sueli Cunha
Universidade do Estado do Rio de Janeiro
sueli.cunha@ime.uerj.br

Resumo:
O presente trabalho encontra-se em fase inicial de estudos. Desse modo, não ambicionamos solucionar as questões apresentadas; nosso objetivo é contribuir na importante discussão da linguagem matemática. Nesse contexto, nosso interesse recai sobre as ambiguidades ou interpretações diferentes que podem se fazer presentes em uma expressão aritmética; ou seja, o modo como tais expressões são representadas (com redução de escritas ou omissão de símbolos matemáticos por justaposição, por exemplo), pode induzir a erros ou provocar confusões nas escolhas e na ordem de resolução das expressões, por parte dos alunos do ensino básico. E isto se deve a uma má interpretação em suas leituras. Parte dessas confusões apresentam potencial solução, utilizando a gramática da linguagem matemática com ênfase nas áreas de pontuação e dialetos, tornando relevante a reflexão sobre esses usos tão comuns na prática matemática.
Palavras-chave: Gramática da linguagem matemática. Pontuação. Ambiguidade.

Introdução

Os problemas de resolução de expressões aritméticas são tão recorrentes que já se tornaram assunto de vídeo popular no Youtube; por exemplo, o vídeo do canal *Mind your decisions* (TALWALKAR, 2018), que provoca uma discussão sobre a maneira de resolver a expressão $60 \div 5(7-5)$. Foi através deste que iniciamos o debate que estrutura o presente trabalho, questionando a existência ou não de ambiguidade na maneira de resolver a expressão citada, cujo resultado encontrado pode ser 6 ou 24, a depender da ordem em que realizamos as operações nela contidas e de qual forma interpretamos a expressão. Nesse debate, torna-se relevante analisar os detalhes da expressão, questionar as escolhas de ordem das operações, bem como, compreender o papel da linguagem matemática na sua elaboração e resolução. Desse modo, coloca-se em questionamento o modo de utilização da regra da PEMDAS (**P**arênteses, **E**xpoente, **M**ultiplicação, **D**ivisão, **A**dição e **S**ubtração) e a ordem da resolução de operações com a mesma prioridade (adição e subtração, divisão e multiplicação).

Desenvolvemos, ao longo deste trabalho, observações e abordagens desta expressão pelo olhar da linguagem matemática, analisando as formas de leitura e as diferentes interpretações que podem ocorrer. Por fim, é nosso objetivo discutir como a pontuação das expressões aritméticas podem interferir na sua interpretação, reduzindo as questionadas ambiguidades. A pontuação, em linguagem matemática, é feita utilizando de sinais aos pares, como parênteses ("(" e ")"), colchetes ("[" e "]") e chaves ("{" e "}") (CUNHA, 2017).

Dado que nosso estudo se baseia na gramática da linguagem matemática, precisamos entender as linhas gerais de suas regras. Adotamos como ponto de partida que o aprendizado desta linguagem deve ser feito da mesma maneira que o de qualquer outro tipo de língua não materna. Este aprendizado engloba passar alguns conceitos básicos dessa linguagem, como por exemplo o alfabeto, seu vocabulário, suas classes gramaticais, a formação de palavras e regras de pontuação (CUNHA, 2017), que facilitam a tradução de um texto da sua língua materna para o *matematiquês (a linguagem matemática).*

Segundo Dicio, *dialeto* significa uma "variedade regional de uma língua" ou "modo de falar restrito e próprio de uma comunidade linguística menor, pertencente a outra maior, inserida numa mesma língua". Tendo a linguagem matemática uma grande área de atuação, podemos separá-lo em alguns dialetos, como o *algebrês*, *aritimetiquês*, *logiquês*, *geometriquês*, entre outros (CUNHA, 2017a). Cada um desses dialetos possui regras gramaticais particulares, regendo sua utilização; porém, eles se mesclam em certos momentos, acarretando em resoluções de expressões com erros gramaticais.

Neste texto, estudamos dois tipos de dialetos que são importantes na linguagem matemática (*aritimetiquês* e *algebrês*), mostrando suas regras de formação de palavras, pontuação e qual seria a melhor forma de traduzir suas expressões para a língua materna, facilitando seu entendimento.

1 Leitura e compreensão de uma sentença matemática.

Durante o estudo da matemática, no ensino básico, os professores centralizam suas aulas nas operações e em passar os conceitos matemáticos de formas separadas; não há um fio condutor que mostre aos alunos que quase todo o estudo da matemática pode estar interligado, como o estudante já percebe durante a sua alfabetização na língua materna.

Trabalhando a ideia que a linguagem matemática pode ser ensinada na forma de alfabetização, temos que focalizar (DANYLUK apud SOUZA, 2010,p.2-3), que afirma: “Ser alfabetizado em matemática, então, é entender o que se lê e escrever o que se entende”.

Além disso, como diz Silveira (2014, p. 47),

> “Alguns educadores apostam não em uma mera tradução de palavras, e sim, na procura de sentidos do texto matemático, porém, advertem que tal interpretação se depara com critérios lógicos que são necessários para que o texto traduzido não entre em contradição com a lógica da matemática,[...], portanto, é ler o que está escrito além do texto codificado”.

Sendo assim, trabalhamos com dois tipos de leitura de expressões:

- Leitura Soletrada.
- Leitura Interpretada.

Na *leitura soletrada*, os termos são identificados e interpretados um por vez, sem conectar nenhum deles; desta forma, não se percebe o sentido da sentença matemática. Como, por exemplo, o termo $2x$ seria lido da seguinte forma: *dois “xis”*.

Na *leitura interpretada*, por sua vez, a transposição da expressão ocorreria de uma forma totalmente diferente. Primeiro, se compreende o significado da expressão, analisando a que dialeto ela pertence e quais regras gramaticais estão sendo aplicadas para, em seguida, lê-la em uma língua natural. Seguindo o exemplo anterior, teríamos a leitura da expressão $2x$ como *o dobro de um número real*.

Utilizando os conceitos de leitura soletrada e leitura interpretada, podemos aplicá-los na expressão que norteia esse artigo. Antes, porém, observemos que, para resolver essa questão de ordem das operações, o autor do vídeo se baseia no artigo de Lennes (1917, p.95, tradução nossa), que diz: “As multiplicações podem ser feitas em qualquer ordem, mas as divisões devem ser tiradas na ordem em que ocorrem da esquerda”.

Seguindo essa linha de raciocínio, temos as seguintes leituras:

<u>Leitura soletrada</u>: “sessenta dividido por cinco vezes sete menos cinco”.

<u>Leitura Interpretada</u>[1]: “o produto do quociente de sessenta por cinco com a diferença entre sete e cinco”.

[1] Esta leitura é feita, “emprestando” conceitos da álgebra, como discutido mais adiante.

Desta forma, a leitura interpretada nos indica o caminho correto de resolução: para encontrar um produto, devemos conhecer os valores dos operandos da multiplicação; ou seja, devemos primeiro calcular a divisão ($60 \div 5$), para, em seguida, multiplicar o valor encontrado pelo resultado da operação de subtração ($7 - 5$).

Tendo em vista que a leitura interpretada permite uma melhor compreensão da expressão escrita, ela facilita a identificação do caminho para a resolução correta de uma sentença matemática; assim, é necessário ter as ferramentas corretas para fazer tal leitura. Uma das principais formas de ler corretamente uma expressão é saber identificar o dialeto a que ela pertence, conseguindo assim aplicar suas regras gramaticais.

2 Dialetos

Nesta seção, apresentamos alguns conceitos básicos dos dialetos relacionados à expressão analisada, a fim de melhor compreendê-la: o *aritmetiquês* (Subseção 2.1) e o *algebrês* (Subseção 2.2).

2.1 Aritmetiquês

Dialeto associado a aritmética; isto é, área da matemática que estuda as operações numéricas fundamentais: adição, subtração, multiplicação e divisão, entre outras.

Todas essas operações são binárias, e seus termos serão denominados *operandos*. Os nomes específicos dos operandos, para cada operação, são (SILVEIRA, 2015; Cunha, 2017a):

- Adição: parcelas;
- Subtração: minuendo (primeiro termo) e subtraendo (segundo termo);
- Multiplicação: fatores;
- Divisão: dividendo (primeiro termo) e divisor (segundo termo).

As operações são representadas por operadores, que depois de realizadas geram um resultado (Cunha, 2017a). Por exemplo:

- Multiplicação: $3 \times 5 = 15$
  O operador “$\times$” representa a operação de multiplicação e o nome de seu resultado é *produto*. Assim, a leitura desta expressão, em *aritmetiquês*, é “o produto de 3 por 5 é igual a 15.”.

- Divisão: $24 \div 4 = 6$
  O operador "$\div$" representa a operação de divisão e o nome de seu resultado é *quociente*. E esta expressão é lida, em *aritmetiquês*, como "o quociente de 24 por 4 é igual a 6."

Dentre as quatro operações citadas, vale ressaltar que apenas duas possuem a propriedade comutativa e associativa: a multiplicação e a adição. Dada a comutatividade, seus operandos possuem (respectivamente) o mesmo nome. Vale observar que a subtração e a divisão, por não serem associativas, necessitam de pontuação, para evitar ambiguidades. Por exemplo, $(12-5)-4 \neq 12-(5-4)$. A primeira resulta em 3, enquanto que a segunda resulta em 11. Analogamente, a expressão $(16 \div 4)-2$ resulta em 2, enquanto que $16 \div (4-2)$ resulta em 8.

2.2 Algebrês

O estudo da álgebra pode ser visto como uma generalização da aritmética (USISKIN, 1994 *apud* TINOCO, 2015). Assim, na álgebra, são encontradas as operações básicas da aritmética; no entanto, seus operandos podem ser *constantes conhecidas* (representadas por numerais $1,\ 2,\ 3,\ \cdots$), *constantes desconhecidas* (representadas, por exemplo, pelas letras $a,\ b,\ c,\ \cdots$) ou ainda *variáveis* (representadas, por exemplo, pelas letras $x,\ y,\ z,\ \cdots$) (CUNHA, 2017a).

3Vale ressaltar que, em *algebrês*, há uma outra representação para o operador da multiplicação, a saber "·". Além disso, o produto resultante de multiplicação é representado pela justaposição de seus operandos. Por exemplo, $a \times b = ab$; que se lê "a multiplicação de a por b resulta no *produto* de a por b".

4 Justaposição

Uma definição para o processo de justaposição de palavras é dada por: "Na **composição por justaposição** ocorre a junção de duas ou mais palavras ou radicais, sem que haja alteração desses elementos formadores, ou seja, mantêm a mesma ortografia e acentuação que tinham antes da composição, havendo apenas alteração do significado." (NORMA CULTA, 2018).

Vale observar que, na gramática da linguagem matemática, expressões matemáticas são formadas por palavras (CUNHA, 2017). Assim, trazendo esse conceito para o estudo da linguagem matemática, podemos recordar situações onde percebemos este processo, como em $3\frac{2}{5}$, ab. Entretanto, estes exemplos fazem parte de dialetos diferentes (*aritmetiquês* e *algebrês*, respectivamente) e nos mostram que a justaposição é utilizada de maneira distinta nestes dialetos, como descrito a seguir.

Em *Aritmetiquês*, podemos perceber a justaposição sendo aplicada com o intuito de adição. Por exemplo,

- A representação do número 123, no sistema **cdu** (**c**entena, **d**ezena, **u**nidade) é uma justaposição que representa a adição de 1 **c**entena com 2 **d**ezenas com 3 **u**nidades (ou, equivalentemente, $100 + 20 + 3$; sendo sua leitura "cento e vinte e três").
- Os números mistos são também representações de justaposições de uma adição; fazemos a leitura de $5\frac{2}{3}$ como "cinco inteiros e dois terços", indicando que $5\frac{2}{3}$ é equivalente à $5 + \frac{2}{3}$.

No *Algebrês*, como visto anteriormente, a justaposição é utilizada para representar o resultado de uma multiplicação; por exemplo, ab corresponde ao resultado de $a \times b$.

Agora que sabemos diferenciar estes dialetos e o que representa a justaposição em cada um deles, analisemos a seguinte uma expressão: $3(5-4)$. Ela está **gramaticalmente** errada, pois um dos operadores está faltando; logo não saberíamos que operação teríamos que realizar. Só conseguimos "entender" esta expressão, graças a um "empréstimo" da regra de justaposição do *algebrês*. Em outros termos, considerando a justaposição uma "indicação de produto", $3(5-4)$ seria equivalente a

$$\begin{aligned} &3 \times (5-4) \\ &= 3 \times 1 \\ &= 3 \end{aligned}$$

Esse "empréstimo entre os dialetos" pode resultar em dificuldades no entendimento dos alunos na resolução de expressões onde um aluno interpreta que "se $a = 5$ e $b = 6$ então ab = 56 " (Gómez-Granell, apud SILVEIRA, 2014).

Considerações Finais

Expressões do tipo $60 \div 5(7-5)$ são vistas como "ambíguas". O que deve ser feito? Dividir 60 pelo resultado de $5(7-5)$? Ou multiplicar o resultado de $60 \div 5$ pelo resultado de $(7-5)$? Observe que as alternativas resultam em valores diferentes: enquanto a primeira resulta em 6, a segunda resulta em 24.

No entanto, do ponto de vista **gramatical**, não há ambiguidade. Há um *erro **gramatical*** na forma de escrever a expressão. Esta é uma expressão em *aritmetiquês* (portanto, necessita de operadores separando os operandos); além disso, contém operações não associativas (portanto, necessitam de pontuação).

Ao interpretá-la, "emprestando' uma regra gramatical do *algebrês*, a "ambiguidade" se desfaz, utilizando a regra PEMDAS e a regra de efetuação, na ordem em que aparecem, de operações de mesma prioridade. Neste caso, a expressão $60 \div 5(7-5)$ seria equivalente a $60 \div 5 \times (7-5)$ e resultaria em 24. Suas etapas de resolução seriam:

$$\begin{aligned} & 60 \div 5 \times (7-5) \\ &= 60 \div 5 \times 2 \\ &= 12 \times 2 \\ &= 24. \end{aligned}$$

Vale observar ainda que, para obter o resultado 6, seria necessário uma pontuação na expressão para indicar "o quociente de sessenta pelo produto de cinco pela diferença entre sete e cinco". Em outros termos,

$$\begin{aligned} & 60 \div (5 \times (7-5)) \\ &= 60 \div (5 \times 2) \\ &= 60 \div 10 \\ &= 6. \end{aligned}$$

É importante ressaltar que nos anos inicias do ensino fundamental, utiliza-se apenas o operador "×". O "·" é um operador do dialeto *algebrês*. Para que não ocorra uma confusão no raciocínio de um aprendiz, em seu primeiro contato com o *algebrês* (interagindo simultaneamente com "letras" e "números"), devemos dar preferência ao uso do operador "×". O operador "·" e a justaposição para indicar "produto" (resultante de uma multiplicação) devem ser apresentados gradualmente, estabelecendo sempre a associação com a operação de multiplicação.

Referências

CUNHA, S. Considerações sobre a Aprendizagem Continua do Matematiquês – a linguagem matemática – Perspectivas atuais. Curitiba. Editora CRV, 2017

CUNHA, S. Ler, Escrever e Compreender a Linguagem Matemática. In PAIVA, M.G.V. (Org.). Psicopedagogia: contribuições para o ensino da matemática e para clínica. 1. ed. Rio de Janeiro: Letra Capital, 2017a, pp. 47-62. ISBN 978-85-7785-538-4.

Souza, K.N.V. (2010) Alfabetização Matemática: Considerações sobre a Teoria e a Prática. Revista de Iniciação Científica da FFC. Volume 10, Número 1. Disponível em http://www.bjis.unesp.br/revistas/index.php/ric/article/download/273/259. Acesso em 03/01/2017.

CUNHA, S., VELASCO, J. Sobre a gramatica da linguagem matemática – V SELEM – Seminário de Escritas e Leituras em Educação Matemática. Fortaleza – CE. 2018 (13 a 15 de setembro).

DICIO (Dicionario online). Disponivel em <www.dicio.com.br>, Acesso em, out. 2018

LENNES, N. J. Source: The American Mathematical Monthly, Vol. 24, No. 2 (Feb.,1917), pp. 93-95 Published by: Taylor & Francis, Ltd. on behalf of the Mathematical Association of America Stable URL: https://www.jstor.org/stable/2972726 Accessed: 20-10-2018 13:28 UTC

NORMA CULTA (Gramatica online). Disponivel em <www.normaculta.combr>, Acesso em: out. 2018

SILVEIRA, Ênio. Matemática: Compreensão e Pratica 6º ano. 3ª Ed. São Paulo. Moderna, 2015

SILVEIRA, M.R.A. (2014). Tradução de textos matemáticos para a linguagem natural em situações de ensino e aprendizagem. Educ. Matem. Pesq., São Paulo, v.16, n.1, pp. 47-73,2014.Disponível em http://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/download/15338/pdf

TALWALKAR.PRESH. 2018. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=wzchhbrqIBI> . Acesso em: 2 out. 2018.