RELATO DE EXPERIÊNCIA

A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS EM LICENCIANDOS: PERSPECTIVAS PARA O ENSINO-APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA

Rui Seimetz
Universidade de Brasília
rseimetz@unb.br

Josinalva Estacio Menezes
Universidade de Brasília
jomene@bol.com.br

Maria Dalvirene Braga
Universidade de Brasília
dalvirenebraga@gmail.com

Resumo:
Neste relato de experiência, inserido no eixo temático 4, objetivamos investigar os elementos da teoria de Ausubel, especificamente os subsunçores e a existência de aprendizagem significativa em atividades com alunos de Licenciatura em Matemática em uma universidade pública. Com base nas ideias desta teoria, focamos no sentido que na resolução de problemas o aluno recorre aos conhecimentos prévios existentes na sua estrutura cognitiva. Participaram da pesquisa 10 (dez) licenciandos, que resolveram um problema proposto por escrito, que deveria ser respondido em três áreas diferentes com as perspectivas de aplicação pedagógica futura. Os respondentes devolveram a atividade, que nos serviram de indicadores para fundamentar a nossa análise. Como resultados, identificamos o uso de subsunçores pelos licenciandos, presentes na sua estrutura cognitiva, expressos nos conteúdos vistos no ensino básico e nas disciplinas do ensino superior. A resolução de problemas associada com a teoria de Ausubel também oportuniza ao aluno essa mobilização dos conteúdos ancorados em sua estrutura cognitiva na busca de enfrentar a nova situação advinda com um problema; também captamos aspectos positivos na associação dessa teoria no ensino-aprendizagem da resolução de problemas, tanto no ensino básico, quanto no ensino superior, especificamente na licenciatura em matemática.
Palavras-chave: Aprendizagem significativa. Resolução de problemas. Licenciandos de matemática.

Introdução

Enquanto professores atuando no ensino superior, tanto em aulas presenciais como no ensino a distância, esse tema tem nos motivado a investigar seus diversos aspectos no contexto do ensino e aprendizagem, sendo um deles a resolução de problemas (POLYA, 1977; DANTE, 1995). Como nossos alunos vão atuar no ensino básico, consideramos fundamental realizar com eles discussões profícuas no que se refere ao processo de ensino e aprendizagem na educação básica. É um tema de interesse dos estudiosos da Educação Matemática, já tendo destaque nos eventos locais, nacionais e internacionais, como os Encontros Nacionais de Ensino de Matemática (ENEM) e as Conferências Interamericanas de Ensino de Matemática (CIAEM), relativos a este.

Onuchic (1999), no século passado, apoiou o ensino da Matemática por meio da resolução de problemas como uma metodologia de ensino centrada no estudante, que constrói os conceitos matemáticos durante esta resolução.

Essas ideias são vigentes em documentos oficiais como os Parâmetros Curriculares Nacionais-PCN (BRASIL, 1997, 2005), indicando como parte do trabalho docente familiarizar o indivíduo enquanto aluno com novas situações-problema que lhe permitam desenvolver e mobilizar habilidades mentais conhecimentos anteriores e, associando com situações semelhantes vivenciadas anteriormente, seja capaz de encontrar soluções para esses problemas. Corroborando essas ideias, Braga (2014, p.46) afirma que: “as mudanças na sociedade, bem como nas atitudes e pensamentos das pessoas, passaram a exigir auxílio imediato na reflexão e na resolução de problemas e situações do dia a dia e exige maior participação do educando no que se refere ao ensino-aprendizagem.”.

Esses fatos estão a requerer um cenário favorável a uma aprendizagem significativa. Neste aspecto, podemos recorrer à teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel, Novak e Hanesian (1980). Neste sentido, permite-se que surjam elementos que permitam a uma nova situação elementos presentes na estrutura cognitiva do indivíduo incorporados a partir do enfrentamento e solução de situações anteriores, portanto já conhecidas no presente, de modo que este seja capaz de aplicar, com significado, estes elementos à nova situação, e ampliar a referida estrutura. Assim, para Ausubel (2003), uma nova aprendizagem deve ser adquirida.

Para os alunos da licenciatura, que vão atuar no ensino básico, deveria fazer parte de sua formação estarem aptos para aprender, aprender a ensinar e ensinar matemática em geral, e resolução de problemas de matemática em particular, de forma significativa para o aluno do ensino básico. Neste contexto, esta teoria se faz presente. Assim, realizamos uma pesquisa cujo objetivo geral foi investigar a ocorrência de elementos dessa teoria presentes em situações de resolução de problemas matemáticos em Licenciandos e as implicações nas perspectivas para o ensino-aprendizagem. Passamos à descrição das ideias que fundamentaram a pesquisa.

1 Referencial Teórico

A teoria da Aprendizagem Significativa (AUSUBEL, NOVAK e HANESIAN, 1980) está centrada na relação entre o conhecimento prévio do aprendiz com o que ele já sabe, com o que é ministrado pelo professor, tem como conceito mais importante a denominada aprendizagem significativa, que para os autores é um processo no qual novas informações interagem com uma estrutura de conhecimentos específicos por ele chamados de *subsunçores*, correspondendo estes a um conceito/ideia já existente na estrutura cognitiva, que serve de “ancoradouro” a uma nova informação, de modo que esta adquira, assim, significado para o sujeito.

Assim, a aprendizagem pode ser obtida por recepção, dada pelo professor ou por outrem, ou por descoberta, experiência pessoal do aprendiz. Em ambos os casos, pode ainda ser mecânica ou automática, onde o conhecimento é simplesmente repetido, sem sentido, ou significativa, associada à estrutura cognitiva do aprendiz, tem significado para a mesma. Em geral, a Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel se preocupa com a aprendizagem DO aluno, COM o aluno e PARA o aluno.

No caso da resolução de problemas em matemática, o aluno ou aprendiz se depara com uma situação nova, diferente das situações que viveu anteriormente. Nesse caso, ele precisa buscar na sua estrutura cognitiva os conhecimentos que acumulou anteriormente, para enfrentar essa nova situação. Resolvendo-a, a solução encontrada pode ser acrescida à sua estrutura cognitiva, para enfrentar novas e diferentes situações.

Levando essa teoria de Ausubel para a sala de aula, é importante o educador explorar a maneira como o aluno pensa: visitar seu contexto mental. Ter um diálogo prévio a fim de alinhar percepções e possibilitar que a aula seja bem aproveitada pelo receptor. Seguidores do estudo de Ausubel associam sua Teoria com o pensamento de que o professor deve “descobrir o que ele (o aluno) sabe e basear nisso os seus ensinamentos”.

É importante pensar como o professor deve trabalhar o conhecimento, estudar como ampliar e reconfigurar a aprendizagem. Na perspectiva dessa teoria, o professor pode começar a aula com uma pergunta para a criança chegar a uma tese com o que já sabe. Pode usar diversos materiais e, ao final da aula, retoma-se a mesma pergunta dando-lhe uma nova chance de tentar responder, usando agora o que ela sabia de início e o que recebeu.

E no caso do ensino por meio da resolução de problemas, a teoria de Ausubel tem possibilidades de associação, no que se refere à mobilização de conteúdos matemáticos aprendidos anteriormente e de habilidades mentais no empenho da resolução. O aluno vai buscar, na sua estrutura cognitiva, os subsunçores dos quais vai lançar mão para resolver essa nova situação. Como já mencionado antes, isso pode ser acrescido à sua estrutura cognitiva e trazer significado à sua aprendizagem.

2 Materiais e Métodos

Para realizar a pesquisa empírica, optamos por fazer um estudo exploratório, como pesquisa não participante e sem intervenção.

Participaram da mesma dez licenciandos de matemática em diversos períodos, seis do sexo masculino e quatro do sexo feminino, e pertencentes a uma mesma universidade pública brasileira.

Aplicamos uma atividade contendo uma questão na qual foi-lhes solicitado resolver um problema de pelo menos três maneiras diferentes, se possível em áreas diferentes da matemática, descrevendo o raciocínio, incluindo os conteúdos e os procedimentos usados na resolução. A questão está descrita mais adiante.

Na sequência, havia algumas questões cujas respostas poderiam sinalizar para a identificação de elementos da teoria de Ausubel e mais algumas sobre as perspectivas de aplicação do mesmo com significado para a aprendizagem quando professores. A referida atividade foi proposta no laboratório de ensino de matemática, onde os alunos costumam se reunir para estudar e assistir aulas.

Para analisar os dados, fizemos as tabulações e inferências possíveis com base nas ideias de Franco (2005) e Bardan (1977), categorizando os fragmentos das respostas para as conclusões. Segundo Franco (2005, p.20), a análise de conteúdo permite ao pesquisador fazer *inferências* sobre qualquer um dos elementos da comunicação. Neste sentido a autora concorda com Bardin quando diz:

> A análise de conteúdo pode ser considerada como um conjunto de técnicas de análises de comunicações, que utiliza procedimentos sistemáticos e objetivos de descrição do conteúdo das mensagens... A intenção da análise de conteúdo é a inferência de conhecimentos relativos às condições de produção e de recepção das mensagens, inferência esta que recorre a indicadores (quantitativos, ou não) (BARDIN, 1977, p.38).

Essas ideias tornam esses autores adequados para orientar a análise da pesquisa.

3 Resultados e Discussões

Para melhor compreensão dos resultados, enunciaremos aqui a atividade proposta: *"**Atividade:** Quanto vale a soma* $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}+\cdots$*?"*

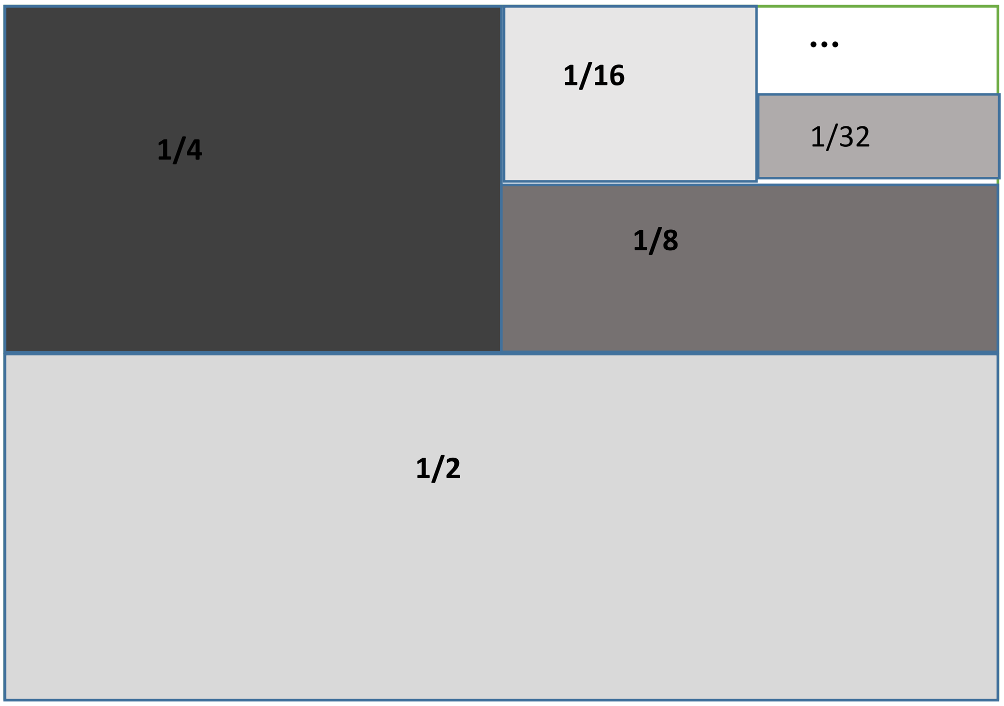

Figura 1. Solução geométrica do problema apresentado. **Fonte:** arquivo da autora, 2018

Basicamente, as resoluções do problema que foram apresentadas e descritas tiveram três abordagens. Uma abordagem foi a ***Geométrica***, onde fizeram uma representação gráfica do inteiro representado por um quadrado, e cada parcela da soma representada no inteiro, conforme a figura anterior.

Solução: se formos retirando do inteiro cada fração apresentada e sombreando esta parte, verificamos que tendemos a sombrear todo o inteiro representado, teremos:

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}+\cdots\to 1$$

A abordagem geométrica remonta aos anos iniciais do ensino fundamental. Outra abordagem apresentada foi a abordagem das **Séries Geométricas Infinitas,** que pode remontar no ensino médio ao segundo ano, no estudo das séries e progressões, ou ao ensino superior, na **Análise** ou no **Cálculo Diferencial e Integral**. Os alunos identificaram a soma com a série $2^{-1}+2^{-2}+2^{-3}-\cdots$, e, a partir dela, informavam o resultado **1.**

A **segunda** abordagem apresentada pelos licenciandos foi a ***Aritmética***, onde identificaram a soma pedida com a soma infinita dos termos uma progressão geométrica (p.g.), cujo primeiro termo é $\frac{1}{2}$, a razão q é também igual a $\frac{1}{2}$.

RELATO DE EXPERIÊNCIA

Assim, observemos que a expressão “ $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}+\cdots$” corresponde a uma soma infinita dos termos de uma PG, onde:

$$a_1=\frac{1}{2}, q=\frac{1}{2}<1.\text{ A p.g é }\left(\frac{1}{2},\frac{1}{4},\ldots\right)$$

Aplicando a fórmula conhecida para a soma infinita dos termos de uma p.g. onde q < 1, temos:

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}+\cdots=\frac{\frac{1}{2}}{\left(1-\frac{1}{2}\right)}=\frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{2}}$$

$$\Rightarrow\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}+\cdots=1$$

A **terceira** abordagem apresentada é a de série geométrica infinita, relacionada ao cálculo ou análise no ensino superior, mas definida e caracterizada no ensino médio, onde se estuda critérios de convergência para saber se a soma infinita tende para algum valor.

Salientamos que existe uma abordagem ***Algébrica***, onde podemos associar a série a uma expansão de produto notável conhecido, que mais adiante, no ensino médio, é generalizado no estudo de produtos de polinômios de uma variável:

Solução: Sabemos que

$$(1-x)(1+x^2+x^3+x^4+\cdots+x^n)=1-x^{n+1}$$

Ou seja,

$$(1+x^2+x^3+x^4+\cdots+x^n)=\frac{1-x^{n+1}}{(1-x)}$$

Fazendo $x=\frac{1}{2}; n\longrightarrow\infty$, temos que $x^{n+1}\to 0$, e

$$(x^2+x^3+x^4+\cdots+x^n)=\frac{1-x^{n+1}}{(1-x)}-1$$

Assim,

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}+\cdots=\frac{1}{1-\frac{1}{2}}-1$$

$$\Rightarrow\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}+\cdots=\frac{1}{\frac{1}{2}}-1$$

$$\Rightarrow\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}+\cdots=2-1$$

$$\Rightarrow\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}+\cdots=1$$

Essa solução corresponde a um caso particular de multiplicação de polinômios, assunto potencialmente visto no terceiro ano do ensino médio, e no ensino superior, no cálculo diferencial ou na introdução à álgebra. Também pode ser vista como uma generalização dos produtos notáveis, para um caso particular. Nenhum dos licenciandos apresentou essa abordagem para solução.

Três destaques que damos aqui à solução do problema são: primeiro, o aluno 1 declarou resolver por Lógica, explicando a soma numa situação contexto cujo total tendia para 1. Transcrevemos a explicação:

> *Você tá lá na hora do intervalo comendo seu lanche, bem tranquilo, aí vem aquele amigo esfomeado e pede um pouco. Aí você, generoso (a) que é, dá metade pra ele e fica com metade pra você. Só que você tá bem de amigo esfomeado, e vem mais um pedir um "teco" ... Então você resolve dar metade do que você tinha e ficar com a outra metade, de novo, e assim por diante. Supondo que você tenha n amigos esfomeados, com quanto você vai ficar do salgado? Quando somar tudo o que você dividiu, a soma tenderá a* $\mathbf{1}$.

Vemos que a solução se assemelha à ideia da resolução geométrica.

O segundo destaque, do aluno 5, que usou o que chamou *uma lógica*: à soma a partir do segundo termo associou o número $\frac{1}{2}$ sem explicação; portanto, essa soma, mais o primeiro termo $\frac{1}{2}$, vale $\mathbf{1}$, que é o resultado.

Finalmente, o aluno 6, utilizou o que denominou "tentativa e erro": i) somou os dois primeiros termos, ii) ao resultado somou o termo seguinte, repetindo esse passo ii). Após algumas somas, concluiu que o resultado tendia a chegar a $\mathbf{1}$. Vê-se que há uma única resposta para o problema, qualquer que seja a abordagem, relacionada a três áreas distintas da matemática.

Quadro 1. Soluções apresentadas pelos licenciandos à atividade proposta.

ABORDAGEM/ LICENCIANDO	**GEOMÉTRICA**	**ARITMÉTICA**	**SÉRIE INFINITA**	**OUTRA**	**TOTAL**
01	X	X		CONTEXTUAL	3
02	X	X			2
03	X	X	X		3
04	X	X			2
05	X	X			2
06	X	X		TENTATIVA E ERRO	3
07		X	X		2
08	X		X		2
09	X	X	X		3
10	X	X	X		3
TOTAL	9	9	5	2	

Fonte: arquivo da autora, 2018.

Apresentamos o quadro das abordagens utilizadas pelos participantes, para a resolução do problema proposto na atividade. O quadro nos aponta que a maioria dos alunos solucionou o problema usando abordagem geométrica e aritmética (nove deles em cada abordagem), e metade deles trouxe a abordagem da série infinita. O que inferimos aqui, é que a representação de frações, estudada desde os anos iniciais do ensino fundamental, perpetuando-se ao longo de todo o ensino básico e, estando no terceiro período em média, os conteúdos de matemática são frequentemente aplicados, o das frações está fortemente ancorado na estrutura cognitiva desses alunos; daí a resolução do problema nessa abordagem.

Progressões geométricas-PG é um conteúdo estudado no ensino médio, requerido no Exame Nacional de Ensino Médio-ENEM e concursos, ao qual se recorre frequentemente no ensino superior, o que permite inferir a expectativa da abordagem aritmética pelo maior número de licenciandos participantes da pesquisa. Em outras palavras, PG pode ser considerado um subsunçor ancorado na estrutura cognitiva dos alunos.

A abordagem da série infinita também é vista no ensino médio, em termos conceituais e de representação. No período que estudam, não é de se esperar terem estudado o conteúdo referente a convergência de séries, o que não os possibilita inferir um valor por essa via. No caso da abordagem contextual, observa-se que o licenciando usou a lógica, pois o resultado é deduzido intuitivamente.

Essa atividade, que não costuma estar presente em livros de matemática superior, permite confirmar a ideia de Ausubel no tocante aos subsunçores, os quais constatamos na resolução da atividade pelos alunos.

Estas constatações reforçam tanto as ideias daqueles estudiosos da resolução de problemas, como Dante (1995), Polya (1978), Onuchic(1999) e Braga (2014), quanto aos elementos relativos à teoria de Ausubel como os subsunçores e mostram a existência de conteúdos nos quais temos evidências de ter ocorrido uma aprendizagem significativa (MOREIRA, 1999).

A referida aprendizagem não foi mecânica, uma vez que, presente e requerida da estrutura cognitiva do aluno, foi possível constatar a aprendizagem significativa, quando aplicada em uma nova situação problema. Passamos a analisar as questões propostas:

Na segunda questão, quanto aos conhecimentos que utilizaram para realizar a atividade, remeteram àqueles descritos no início da análise: frações, p.g. séries. Passamos à terceira questão, quando indagamos se haviam usado alguma resolução anterior de atividade semelhante à pedida, buscando verificar se havia subsunçores relativos à mesma. Apenas a aluna 1 relacionou com o problema mostrado na página oito.

Na quarta questão, perguntamos em que turmas proporiam essa atividade. Todos eles citaram turmas relativas aos conteúdos que serviram de subsunçores: os que apresentaram abordagem geométrica, citaram os anos iniciais e os anos finais do ensino fundamental; os que abordaram a aritmética, sugeriram o ensino médio, e os da abordagem de séries infinitas, remeteram ao cálculo diferencial. Talvez pelo período que cursam, ninguém citou Análise Real.

Buscando saber ainda se houve aprendizagem significativa dos conteúdos mobilizados por eles na resolução, indagamos sobre a utilidade do problema e, eventualmente, qual. Todos consideraram útil como problema tipo desafio, ou para buscar associação entre conteúdos aprendidos antes e o problema atual, o que remonta de novo aos subsunçores.

Finalmente, perguntamos se alterariam o enunciado da atividade para dar significado ou utilidade na aprendizagem do conteúdo a ela subjacente. Os que responderam sim, sugeriram questões contextualizadas, coadunando com a teoria de Ausubel, quanto a partir de elementos existentes no contexto do aluno, portanto, ligados na sua estrutura cognitiva. Destacamos a resposta do aluno 3:

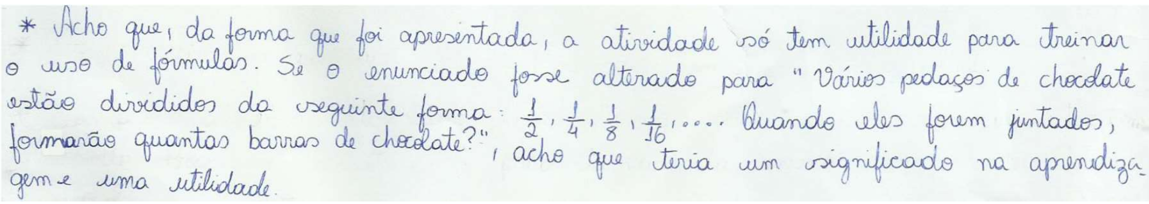
* Acho que, da forma que foi apresentada, a atividade só tem utilidade para treinar o uso de fórmulas. Se o enunciado fosse alterado para "Vários pedaços de chocolate estão divididos da seguinte forma: $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}, \ldots$ Quando eles forem juntados, formarão quantas barras de chocolate?", acho que teria um significado na aprendizagem e uma utilidade.

Figura 2: Resposta da aluna 3 à última questão. Fonte: arquivo da autora, 2018

Essas respostas evidenciam o aspecto positivo da relação entre a teoria de Ausubel e a resolução de problemas, expresso na constatação do uso de subsunçores presentes na estrutura cognitiva dos alunos na resolução do problema com mais de uma abordagem matemática vivenciada e aprendida em momentos anteriores.

Considerações Finais

No experimento abordado neste trabalho, apresentamos uma situação-problema a dez alunos de licenciatura em matemática, solicitando mais de uma abordagem de resolução. Recorrendo a conhecimentos anteriores e habilidades mentais presentes na sua estrutura cognitiva, os alunos apresentaram mais de uma solução, cada uma referente a um conteúdo, para um mesmo problema, em mais de um contexto, como o da divisão do lanche.

Os resultados apontaram que, de fato, uma aprendizagem significativa torna os estudantes mais aptos a, quando diante de novas situações problema, fazendo o recurso a conhecimentos anteriores, recorrem aos subsunçores (AUSUBEL, 2003) para, aplicando a essa nova situação, serem exitosos na busca de sua resolução.

Essas habilidades tendem a se refletirem em sua futura vida profissional. Diante disso, concluímos pelo aspecto positivo do uso da teoria da aprendizagem significativa em situações de ensino-aprendizagem de resolução de problemas.

Finalmente, avançamos na necessidade de se investigar e oferecer mais atividades e metodologias de ensino de resolução de problemas à luz dessa teoria, que possam contribuir para a melhoria do ensino da resolução de problemas em matemática.

Referências

AUSUBEL, D. P. **Aquisição e retenção de conhecimentos:** uma perspectiva cognitiva. Lisboa: Plátano, 2003.

_______________. NOVAK, J. D.; HANESIAN, H. **Psicologia educacional**. Rio de Janeiro: Interamericana, 1980.

BRAGA, M. D. **Estratégias de alunos do 2º ano do ensino médio na resolução de problemas e atividades lúdicas de trigonometria contextualizados**. Dissertação (Mestrado). Faculdade de Educação da Universidade de Brasília. Brasília, 2014. 150p.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais**. Brasília: MEC-SEF, 1997.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais.** Ensino Médio. Brasília: MEC-SEM, 1997.

BARDIN, L. **Análise de conteúdo.** Lisboa: Edições 70, 1977.

DANTE, L. R. **Didática da resolução de problemas.** São Paulo: Ática, 1995.

FRANCO, M. L. P. B. **Análise de conteúdo**. Brasília: Liber Livro, 2005.

MENEZES, J. E. **A interação jogo matemático-aluno em ambientes extra classe.** Dissertação de Mestrado. Recife: UFPE-CE, 1996.

MOREIRA, M. A. **Aprendizagem significativa.** Brasília: Editora da UnB, 1999.
ONUCHIC, Lurdes de la Rosa. **Ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas**. In: BICUDO, Maria Aparecida Viggiani. (Org.). *Pesquisa em educação matemática*: concepções e perspectivas. São Paulo: Edunesp, 1999. p.199-218.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas.** Rio de Janeiro: Interciência, 1978.